

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 03C1BBABF83E153235592ADEEC463FDD
Владелец МАШАРОВ ПАВЕЛ АНАТОЛЬЕВИЧ
Действителен с 06.07.2026 по 29.09.2027
Должность проректор

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П.А. Машаров
« 16 » _____ апреля 2026 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЦЕЛЫЕ ФУНКЦИИ

Угруппированная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программывысшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Направленность (профиль)образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2026

Рабочая программа дисциплины **«Целые функции»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2026года.

Разработчик:

профессор кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений
доктор физ.-мат. наук, профессор

В.В. Волчков

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 14.04.2026 № 8

Заведующий кафедрой

В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Врио декана факультета математики и
информационных технологий
16.04.2026

Н.Е. Мащенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 15.04.2026 № 3
Председатель

Ю.В. Абраменкова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
14.04.2026

В.В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Избранные вопросы теории функций, Теория распределений, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Производственная практика: преддипломная практика, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Программа бакалавриата: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.38 Целые функции
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц/ всего часов	4 /144

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	4	7	26	–	39	79	144	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование научного мировоззрения; овладение новым математическим аппаратом; углубление и применение знаний, полученных в общих курсах; подготовка к профессиональной деятельности; подготовка к чтению специальной литературы.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-1.1. Применяет современные математические методы и приемы в профессиональной деятельности.

4.3. Результаты обучения

ОПК-1.1.1. Знает определения и утверждения, приёмы доказательства утверждений, методы решения задач, связанных с теорией целых функций.

ОПК-1.1.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, умеет решать задачи дисциплины (находить порядок и тип целой функции, разложение целой функции в бесконечное произведение, доказывать полноту систем функций).

ОПК-1.1.3. Владеет методами исследования роста целых функций, методами исследования полноты системы специальных функций, методами факторизации целых функций.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Порядок и тип целой функции	1.1. Теорема Лиувилля 1.2. Вычисление порядка и типа 1.3. Нули целой функции конечного порядка
Раздел 2. Разложение целой функции в бесконечное произведение	2.1. Бесконечные произведения 2.2. Построение целой функции с заданными нулями 2.3. Факторизация целой функции конечного порядка
Раздел 3. Целые функции экспоненциального типа	3.1. Функции, ассоциированные по Борелю 3.2. Сопряженная диаграмма 3.3. Индикатриса роста
Раздел 4. Применение целых функций к вопросам полноты	4.1. Критерий неполноты 4.2. Теорема Маркушевича 4.3. Приложения

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 7

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Порядок и тип целой функции	6		9	15	30
Теорема Лиувилля	1		2	4	7
Вычисление порядка и типа	3		5	6	14
Нули целой функции конечного порядка	2		2	5	9
Раздел 2. Разложение целой функции в бесконечное произведение	8		12	22	42
Бесконечные произведения	2		4	8	14
Построение целой функции с заданными нулями	2		2	5	9

Факторизация целой функции конечного порядка	4		6	9	19
Раздел 3. Целые функции экспоненциального типа	6		8	21	35
Функции, ассоциированные по Борелю	2		2	7	11
Сопряженная диаграмма	2		3	7	12
Индикатриса роста	2		3	7	12
Раздел 4. Применение целых функций к вопросам полноты	6		10	21	37
Критерий неполноты	2		2	6	10
Теорема Маркушевича	2		2	6	10
Приложения	2		6	9	17
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	26	–	39	79	144

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Формула Коши-Адамара.
2. Свойства максимума модуля целой функции на окружности с центром в нуле.
3. Связь между ростом целой функции и скоростью убывания коэффициентов в её разложении в степенной ряд.
4. Формулы для порядка и типа через коэффициенты.
5. Порядок и тип производной.
6. Теорема о нулях аналитической функции в круге.
7. Показатель сходимости последовательности нулей.
8. Теоремы единственности.

Раздел 2

9. Определение сходимости бесконечного произведения.
10. Необходимое условие сходимости.
11. Достаточное условие сходимости.
12. Равномерная сходимость бесконечного произведения.
13. Достаточное условие равномерной сходимости.
14. Построение целой функции с заданными нулями.
15. Теорема Адамара.
16. Теорема Бореля.

Раздел 3

17. Простейшие свойства функции, ассоциированной по Борелю.
18. Опорная функция.
19. Выпуклая оболочка.
20. Интегральное представление целой функции экспоненциального типа.
21. Теорема Полиа.
22. Свойства индикатрисы роста.
23. Ряд Ньютона с целыми узлами.

Раздел 4

24. Теорема Гельфонда о полноте $\{f(a_k z)\}$.
25. Теорема Маркушевича о полноте $\{f(a_k z)\}$.
26. Полнота системы степеней.

7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Основные интегральные формулы для функций, аналитических в круге: Пуассона, Шварца, Пуассона-Йенсена.
2. Формула Йенсена. Характеристики Неванлинны.
3. Теорема Фрагмена-Линделёфа.
4. Теорема Винера-Пэли.
5. Полнота системы функций Бесселя.
6. Полнота системы функций Лежандра.
7. Полнота системы функций Феррерса.
8. Полнота системы функций Якоби.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике:

- порядок и тип целой функции (вычисление порядка и типа);
- бесконечные произведения (исследование на сходимость бесконечного произведения);
- факторизация целой функции (разложение целой функции в бесконечное произведение).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета:

1. Теорема Адамара.
2. Найдите порядок и тип функции $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e}{n}\right)^{n/2} z^n$.
3. Разложите функцию в бесконечное произведение $f(z) = e^{2z} - 5e^z + 6$.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по столбальной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из

полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 7

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-4	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	50
	Контрольная работа по теоретическому материалу	40
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	
75-79	C		
70-74	D	удовлетворительно	
60-69	E		
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Машаров, П. А. Комплексный анализ: учебно-методическое пособие / П.А. Машаров. – Донецк: ДонГУ, 2020. – Текст: электронный // ЭБС ФГБОУ ВО «ДонГУ»: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей.

10.2. Дополнительная литература

2. Тимашев, А. Н. Аналитические функции комплексного переменного: учебное пособие / А.Н. Тимашев. – Москва: Горячая линия-Телеком, 2020. – 172 с. – Текст: электронный // ЭБС Лань: сайт. – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU:** сайт / НЭБ (ООО). – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
2. **Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
3. **Национальная подписка:** сайт / РЦНИ. – Москва, 2020- . – URL: <https://podpiska.rcsi.science/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей ДонГУ. – Текст: электронный.
4. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
5. **Образовательная платформа Юрайт:** сайт. – Москва, 2013- . – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронная библиотека РГБ:** раздел сайта / РГБ. – Текст: электронный // Российская государственная библиотека: официальный сайт. – <https://ldiss.rsl.ru/electroniclibrary>. – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – Виртуальный читальный зал РГБ на территории НБ ДонГУ.
7. **Электронно-библиотечная система Лань:** сайт / ЭБС Лань. – С.-Петербург, 2011- . – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
8. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
9. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
10. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. РЕДОС, Astra Linux (OEM).
2. OpenOffice, LibreOffice.